MATEMÁTICA COMO LINGUAGEM

Maria Ogécia D. Agostinho[1]

Resumo: À luz da semiótica peirceana, a autora considera a matemática como uma linguagem constituída de ícones, índices e símbolos. Com o propósito de tornar clara esta idéia descreve e analisa momentos de atividades contextualizadas desenvolvidas em aulas do ensino fundamental, enfatizando que elas norteiam um novo caminhar para o ensino da matemática, pois o contexto propicia o aumento da potencialidade dos signos, o que permite que novos significados sejam incorporados à matemática, no transcorrer do processo ensino / aprendizagem

Abstract: Adopting the Peircean semiotics dimension, the author sees Mathematics as a language constituted by icons, and symbols. Contextualized activities proposed in elementary and junior high school are described and analyzed in order to make this idea clear. It is emphasized that these activities show a new dimension for the Mathematics teaching, since the context provides the increasing of the signs potentiality. This allows other meanings to be incorporated into Mathematics, throughout the teaching/ learning process.

Introdução

COMO professora dessa disciplina, nos diversos níveis de ensino, ao refletir sobre o "meu fazer em aula" e tentar responder às solicitações dos alunos quanto à relação entre a matemática e tudo ao redor e, lembrando que cada aula era sempre constituída de alunos únicos e momentos únicos, procurava desenvolver os tópicos matemáticos inseridos num contexto para que eles entendessem que ela, de alguma forma, lhes seria útil, ajudando-os a compreender, explicar ou organizar a realidade.

1. Doutoranda do Programa de Comunicação e Semiótica da PUC/SP. Professora da Universidade de Sorocaba.

O contexto a que me refiro surge ao resgatar, por exemplo, as origens de um conceito matemático e este pode, eventualmente, buscar a realidade do aluno. Quando cito o termo contexto, não estou me reportando a uma matemática construída num determinado contexto (a realidade do aluno, que envolve características culturais específicas), mas considerando a existência de uma única matemática, que seria relevante a múltiplos contextos.

> Segundo D' Ambrósio (1994: 38), pesquisas realizadas mostram que predomina um ensino em que o professor expõe o conteúdo, mostra como resolver alguns exemplos e pede que os alunos resolvam inúmeros problemas semelhantes. Nessa visão de ensino o aluno recebe passivamente e imita os passos do professor na resolução de problemas ligeiramente diferentes dos exemplos. Predomina o sucesso por memória e repetição. Raramente esses alunos geram problemas, resolvem aqueles que exijam criatividade ou que não sejam simplesmente a aplicação de passos predeterminados.

Concordando com o autor e, considerando minha experiência no ensino desta disciplina, posso acrescentar que, nessas aulas, os momentos dedicados às atividades dos alunos são aqueles em que eles tentam reproduzir um exercício e, conseqüentemente, suas possíveis dúvidas se referem a algumas "passagens" que não ficaram claras com a explicação do professor. Sendo assim, os alunos vão construindo a visão de que a compreensão da obtenção desse produto final, que eles manipulam, não lhes é acessível. Seria interessante acrescentarmos, em concordância com Fiorentini (1994: 67), que

> iniciar o ensino de um tópico específico da Matemática pelo produto de sua gênese, isto é, pelas definições acabadas, dissociadas do verdadeiro processo de formação do pensamento (...) significa sonegar o acesso efetivo a esse conhecimento, isto é, a essa forma especial de pensamento e linguagem e, portanto, de leitura do mundo.

De acordo com o exposto, poderíamos perguntar: "que atividades propiciariam o acesso efetivo ao conhecimento matemático, em aula?" Não podemos iniciar o desenvolvimento de um tópico específico por "definições acabadas" e, por outro lado, as atividades desenvolvidas em aula não podem se limitar "à aplicação de passos predeterminados"!

Refletindo sobre minha prática e tentando responder às solicitações dos alunos quanto à relação entre a Matemática e tudo ao redor e, lembrando que cada aula era sempre constituída de alunos únicos e momentos únicos, procurava desenvolver os tópicos matemáticos inseridos num contexto, para que entendessem que a matemática, de alguma forma, lhes seria útil, ajudando-os a compreender, explicar ou organizar a realidade.

O contexto, a que nos referimos, surge ao resgatarmos, por exemplo, as origens empíricas de um conceito matemático e este pode, eventualmente, buscar a realidade do aluno. Quando citamos o termo contexto, não estamos nos reportando a uma Matemática construída num determinado contexto (a realidade do aluno, que envolve características culturais específicas), mas considerando a existência de uma única Matemática, que seria relevante a múltiplos contextos.

Ao elaborar e desenvolver tais atividades em aula e, em seguida, cursando as disciplinas do mestrado e durante a elaboração da dissertação de mestrado e no doutorado em Comunicação e Semiótica, me envolvi com a semiótica peirceana e vislumbrei a importância desse olhar semiótico na Matemática, que, em princípio, possibilita a fundamentação teórica desse fazer em aula.

A seguir, lanço uma rápido olhar sobre a semiótica peirceana, na tentativa de exibir seu lugar na classificação das ciências elaborada por Peirce.

Sobre a Semiótica Peirceana

A semiótica peirceana é uma teoria lógica e social dos signos. Segundo Santaella (1994: 156), tal teoria "como estudo de todos os tipos possíveis de signos, nasceu, para Peirce, como uma conseqüência natural, naturalíssima, das descobertas que ele foi fazendo dentro da própria lógica."

Pierce começou a estudar lógica muito cedo e ao completar 28 anos, em 1867, publicou alguns trabalhos importantes, mas o que norteou toda a sua obra foi "Sobre uma nova lista de categorias". Assim, seu ponto de partida foram as categorias, que emergiriam do estudo minucioso e detalhado do modo como os fenômenos se apresentam à experiência, sendo que fenômeno "é qualquer coisa que aparece à mente, seja ela meramente sonhada, imaginada, concebida, vislumbrada, alucinada (...) Um devaneio, um cheiro, uma idéia geral e abstrata da ciência" (Santaella, 1995: 16).

No início, Peirce se julgou vítima de uma auto-ilusão, por ter conseguido reduzir a multiplicidade e a variedade dos fenômenos a apenas três elementos. Mas, as categorias persistiam em todas as suas investigações e elas retornam alguns anos depois, em 1885, com mais vigor e ampliadas à natureza, num estudo denominado: "Um, dois, três: categorias fundamentais do pensamento e da natureza."

Ele buscou comprovações empíricas para as três categorias, durante quase trinta anos, e encontrou-as em diversas ciências como, por exemplo, na lógica, na psicologia, na metafísica, na fisiologia e na física. De acordo com Santaella (1992:75), a partir de 1902, "a doutrina das categorias passa a pertencer a fenomenologia (...); primeiridade é qualidade (...), segundidade é oposição, ação e reação, e terceiridade é representação, mediação, enfim, continuidade".

Com as três categorias: primeiridade, segundidade e terceiridade, os fenômenos podem ser apreendidos numa mistura de elementos possíveis, existentes e gerais.

Como primeiridade, temos as qualidades de cor, som, odor, prazer. Essas qualidades estão presentes em fenômenos completos em si mesmos e que se constituem em livres possibilidades de experiência. Imaginemos a qualidade do vermelho, a vermelhidão, o poder-ser, ou seja, algo que é real e não é existente. O fato de eu poder imaginar a vermelhidão, mostra que ela não é geral como o é a lei da gravitação universal mas, a qualidade de sensação do vermelho pode ser imaginada sem ser atualizada, sem qualquer ocorrência.

A categoria da segundidade é reação como um elemento do fenômeno. Segundo Santaella (1983:51), "é aquilo que dá a experiência seu caráter fatual, de luta e confronto. Ação e reação ainda em nível da binaridade pura, sem o governo da camada mediadora da intencionalidade, razão ou lei."

A terceiridade, de acordo com Santaella,

> aproxima um primeiro e um segundo numa síntese intelectual, correspondente à camada

> de inteligibilidade, ou pensamento em signo, através do qual representamos e interpretamos o mundo. (...) Para conhecer e compreender qualquer coisa, a consciência produz um signo, ou seja, um pensamento como mediação irrecusável entre nós e os fenômenos (Santaella, 1983: 51).

E o que seriam *primeiro* e *segundo*? Para Peirce (1977: 63),

> um signo, ou representamen, é um Primeiro que se coloca numa relação triádica genuína tal como um Segundo, denominado seu objeto, que é capaz de determinar um Terceiro, denominado Interpretante, que assume a mesma relação triádica com seu objeto na qual ele próprio está em relação com o mesmo objeto.

São signos a palavra *árvore*, a pintura de uma árvore, a fotografia de uma árvore. Esses signos denotam um objeto (*segundo*) perceptível ou imaginável, pelo menos para alguém que de alguma maneira teve contato com esse vegetal ou com outros signos que o representava. Assim, dizer que o signo representa um objeto (a árvore, no caso) implica que este afeta uma mente.

Convém esclarecer que, de acordo com Peirce (1977: 61), "representar é estar no lugar de, isto é, estar numa relação com um outro que, para certos propósitos, é considerado por alguma mente como se fosse outro."

Assim, a palavra *árvore* representa um certo vegetal, ou seja, está no lugar do objeto árvore. A palavra *árvore* não é o vegetal, ela o substitui.

Logo, "um signo intenta representa, em parte pelo menos, um objeto" (Santaella, 1983:58). Por isso, o signo tenta resgatar sua dívida para com o objeto produzindo interpretantes (*terceiro*). O interpretante seria uma outra representação relativa ao mesmo objeto, ou melhor, o interpretante de um signo é outro signo que, por sua vez, possui como interpretante um outro signo e assim sucessivamente.

Sobre o objeto, Peirce (1977:47) diz que "o signo pode representar o objeto ou referir-se a ele. Não pode proporcionar familiaridade ou conhecimento desse objeto." Isso não quer dizer, no entanto, que independente da nossa experiência colateral, ou seja, devido as nossas experiências envolvendo o objeto (a árvore, no caso), a palavra árvore não traga em si, em potencial, a capacidade de produzir interpretantes. De acordo com Santaella (1985:85), "o signo é capaz de determinar o interpretante porque dispõe do poder de gerá-lo, ou seja, o interpretante é uma propriedade objetiva que o signo possui em si mesmo, haja um ato interpretativo particular que o atualize ou não."

Mas a ação do signo ou autogeração só se consumará se os interpretantes não permanecerem como meras possibilidades, ou melhor, ele necessita afetar uma mente. Assim, o primeiro é o signo; o segundo é o objeto e o terceiro, o produto da síntese intelectual, é o interpretante. A ação do signo só se efetiva quando ele gera um outro signo. Este novo signo-interpretante desvelado tem como objeto tanto o signo que o gerou, quanto o objeto "inicial". Eles estão compondo o objeto complexo. Assim, o objeto não é estático no processo de desvelar interpretantes.

Percorrendo a teia semiótica de signos-interpretantes em signos-interpretantes, constatamos a incompletude do signo e a resistência do objeto na ação do signo. Devido a esse contínuo deslocamento, podemos concluir que caminhamos assintóticamente para a verdade e que jamais apreenderemos o real inteiramente. Estamos sempre traduzindo um interpretante e tentando nos aproximar do objeto. O interpretante não é o último e o objeto não é o real. Mas é dessa maneira que atuamos na natureza, que estamos vivos!

Voltando às categorias acima explicitadas, enfatizamos que elas desempenham o papel de guia para a formulação de um diagrama das ciências, no qual consta as subdivisões das ciências filosóficas, abaixo explicitada:

- Filosofia
  - Fenomenologia
  - Ciências Normativas
    - Estética
    - Ética
    - Lógica ou Semiótica
      - Gramática Especulativa
      - Lógica Crítica
      - Retórica Especulativa
  - Metafísica

Na divisão da filosofia peirceana, a fenomenologia está para a primeiridade, assim como as ciências normativas estão para a secundidade e a metafísica, para a terceiridade. A Fenomenologia fornece o fundamento observacional para as demais disciplinas filosóficas, "buscando determinar os elementos universais indecomponíveis de tudo aquilo que aparece à mente (phaneron)", (Santaella, 1992:131). As Ciências normativas, "estão voltadas para a compreensão dos fins, das normas e ideais que regem o sentimento, a conduta e o pensamento humanos" (Santaella, 1994:113), e a Metafísica, por meio da lógica, investiga o que é real.

Nas ciências normativas, a estética está para a primeiridade; a ética, para a segundidade e a lógica, para a terceiridade. E, na subdivisão da lógica ou semiótica, o primeiro trata ao estudo dos signos propriamente ditos (classificação dos signo); o segundo se ocupa dos métodos de raciocínio (abdução, dedução e indução) e o terceiro se refere ao estudo dos métodos utilizados pelas inteligências científicas.

Em seguida, utilizando a gramática especulativa, tentamos exibir como os signos corporificam a matemática presente em aula. Estamos cientes das dificuldades, pois a obra peirceana

> permite mapear, discriminar e analisar todo e qualquer tipo de semiose, nas suas linhas mestras, levando-nos a perceber que tipo de assinatura as coisas do mundo têm, seu poder de detalhamento descritivo das particularidades de cada processo sígnico específico é muito pequeno. (Santaella, 1992:47-48)

Para a descrição de processos concretos de signos, como no que pretendemos a seguir, faz-se necessário o diálogo entre a matemática e a teoria peirceana. Antes de relatar tal envolvimento, mencionamos a posição da matemática na cartografia das ciências.

A Matemática e a cartografia peirceana das ciências

A ciência era concebida por Peirce, como algo vivo, algo que está sempre se modificando, que está em constante metabolismo e crescimento. Logo, não é coerente considerarmos a classificação das ciências, por ele proposta, como um diagrama pronto e acabado.

Outra característica a considerar na classificação das ciências é que

> diferentemente de uma concepção abstrata ou de uma definição em termos dos objetos de investigação, Peirce definia uma área da ciência pelo modo como ela é vivida nas investigações concretas de um grupo de pessoas vivas. Assim sendo, a ciência se caracterizará por um crescimento persistente, do que decorre que os limites de uma ciência particular sempre tenderá a ficar borrado nos limites de outras. Isso não implica que as distinções não possam ser feitas. Delas resultam as classes naturais em que a classificação peirceana das ciências se baseou, isto é, classes reconhecidas pela comunidade de cientistas vivos que nelas operam. (Santaella, 1992: 111)

Peirce propôs a divisão das ciências em teóricas e práticas. As teóricas se subdividiam em heurísticas (ciências da descoberta) e sistemáticas (ciências da revisão). As ciências práticas tratam de aplicações de descobertas das outras ciências.

Prosseguindo, as ciências da descoberta, se subdividem em: Matemática, Filosofia, e Ciências Especiais. A divisão da Filosofia já foi explicitada anteriormente, na página 6, onde localizamos a Semiótica ou Lógica.

A Matemática e a Filosofia são ciências gerais e abstratas. A Matemática

> é a única ciência que não depende de nenhuma outra, todas as outras dependendo dela explícita ou implicitamente, voluntária ou involuntariamente. É a única ciência puramente hipotética, indiferente quanto a suas premissas expressarem fatos imaginados ou observados. É a ciência de conclusões exatas a respeito de estado de coisas meramente hipotéticos. (Santaella, 1992: 118),

Ainda segundo Santaella (1992:119), Peirce reconheceu que "a idéia diferenciadora desses três grandes ramos das ciências, Matemática, Filosofia e Ciências Especiais, residia no modo de observação empregado por cada uma".

De acordo com a arquitetura das ciências de Peirce, podemos, então:

- fundamentar a existência das ciências da revisão que podem ser denominadas: Matemática Aplicada e Educação Matemática e
- amenizar as controvérsias que a divisão entre Matemática e Matemática Aplicada tem suscitado.

À Educação Matemática caberia a tarefa de tornar as descobertas matemáticas acessíveis aos diferentes níveis de escolaridade, ou seja, esta ciência deveria envolver pessoas com o propósito final de pensar a Matemática e seu ensino. À Matemática Aplicada caberia a tarefa de traduzir as descobertas matemáticas em aplicações. Ambas deveriam traduzir essas descobertas de modo que elas pudessem ser absorvidas e manipuladas para aplicações em ações ou cognições.

Por outro lado, esse caso particular de aplicação, nos permite constatar que, de fato, a arquitetura das ciências é um guia para a interdisciplinaridade, pois a Educação Matemática, percorre os domínios das ciências especiais, valendo-se de conhecimentos de Psicologia e Sociologia, por exemplo.

Considerando as ciências acima mencionadas, pode-se dizer que elas facilitam a compreensão de conceitos matemáticos e esclarecem as relações que a Matemática mantém com as demais ciências.

Tal arquitetura não estabelece fronteiras intransponíveis; ela exibe possibilidades de caminharmos entre os domínios de diversas ciências, sem prejuízos do propósito final de cada uma delas. É o que ocorre entre Matemática e Matemática Aplicada, por exemplo: suas fronteiras podem ser transpostas sem prejuízo algum dos seus propósitos. À Matemática Aplicada cabe a tarefa de aplicar descobertas matemáticas.

Caso o educador tenha claro tais idéias, cabe a ele discernir como o conhecimento matemático deve ser construído ou reconstruído em aula. Deveremos enfatizar a reconstrução de descobertas matemáticas em aula ou aplicar tais descobertas? Deveremos desenvolver a criatividade enraizada nesses processos de descoberta ou exibir outras facetas da matemática decorrentes da sua aplicação ao real?

As atividades contextualizadas, tratadas a seguir, tentam resgatar, em aula, momentos de descoberta sem menosprezar possíveis aplicações desta.

A Matemática e a Gramática Especulativa

Os signos presentes na matemática de sala de aula

A matemática é um saber que vem sendo construído pelo homem atendendo necessidades sociais e de desenvolvimento interno dele próprio. Assim, com o transcorrer dos anos, foi sendo reorganizado e, atualmente, chega a nós, como um conjunto organizado de conhecimentos cujas atenções se desviaram de resultados empíricos de aplicação restrita para outros de sentido mais genéricos, logo, a notação simbólica passou a ser uma das suas principais características.

Ao nos reportarmos à matemática presente em aula, nos envolvemos com uma linguagem que incorpora outros signos além dos símbolos, ou seja, ela incorpora índices e ícones.

De acordo com Santaella (1995:118-119),

> Peirce se deu conta de que não há pensamento ou formas de raciocínio – nem mesmo as formas puramente matemáticas, e mais ainda estas – que se organizem exclusivamente por meio de signos simbólicos. (...) Outros tipos de signos, além dos símbolos, intervêm e são necessários à condução do pensamento e das linguagens. A mistura sígnica é parte integrante do pensamento e de todas as manifestações de linguagem.

Mas como esses signos se apresentam na matemática? Na tentativa de esclarecer como eles se colocam na matemática presente em aula, descrevemos momentos de aula de geometria, em uma 5s série do ensino fundamental, quando desenvolvemos o tópico: Área de Figuras Geométricas Planas e Estudo dos Sólidos Geométricos.

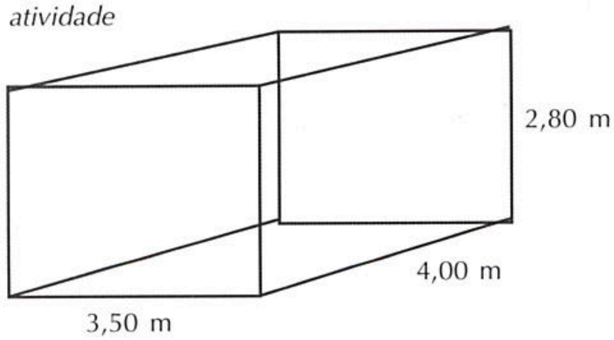
Um aluno, observando um paralelepípedo retângulo (de madeira) e as caixas em forma de paralelepípedo retângulo, construídas em cartolina, durante as aulas, diz:

Aluno 1: Professora, eu posso achar a área das partes que ficam em pé... no paralelepípedo.
Prof: Pode? Como você faria isso?

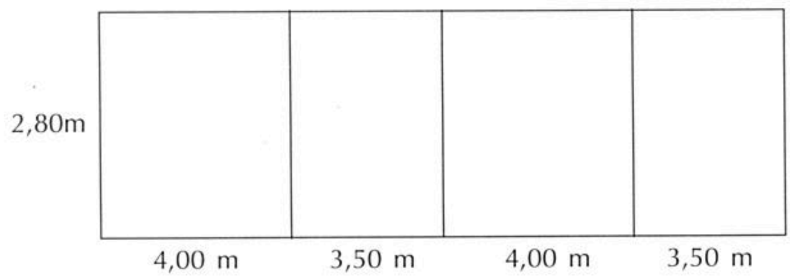
Aluno 1: Eu vi o pedreiro medir as paredes do banheiro e da cozinha da minha casa, quando ela estava em construção... para saber a quantidade de azulejos que era preciso comprar.
Prof: Você poderia explicar como o pedreiro fez o cálculo?
Aluno 1: Ele mediu a parte de baixo e do lado... a altura... multiplicou e pronto. Achou a área. Foi do mesmo jeito que fizemos na classe. Para saber que quantidade era preciso, ele calculou a área da outra parede, que tinha a medida de baixo diferente.
Aluno 2: Já sei! As faces são iguais, duas a duas.
Aluno 3: Isso. Daí, o pedreiro multiplicou por dois a medida da área de cada parede, e fez uma conta de mais.
Prof: Todos acompanharam o 'raciocínio do pedreiro'? Que tal refazermos os cálculos?

Os alunos concordaram em refazer os cálculos do pedreiro. Representamos a cozinha em forma de paralelepípedo retângulo e, em seguida, planificamos a parte lateral.

Reconstituindo a atividade



As dimensões da cozinha são: 3,50 m (largura), 4,00 m. (comprimento) e 2,80 m (altura). Na forma planificada



Refazendo os cálculos

Duas paredes medindo 4,00 metros de comprimento por 2,80 metros de altura:

2. 4,00. 2,80 = 22,40 m².

Duas paredes medindo 3,50 metros de largura por 2,80 metros de altura:

2. 3,50 . 2,80 = 19,60 m².

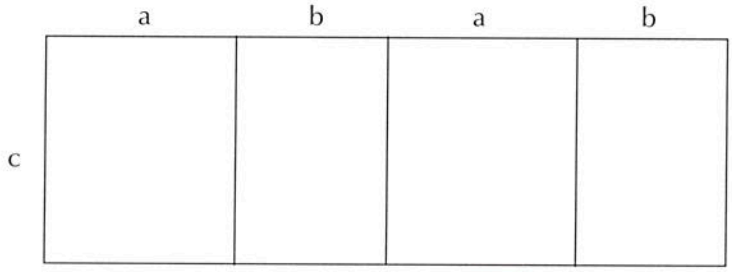
A área lateral da cozinha será:

$2.\ 4{,}00\ .\ 2{,}80 + 2.\ 3{,}50\ .\ 2{,}80 = 22{,}40 + 19{,}60 = 42{,}00\ m^2$.

Assim, serão necessários 42,00 metros quadrados de azulejo para revestir as paredes da cozinha.

Vamos reconstituir a atividade, utilizando as letras minúsculas a, b e c para representar, respectivamente, as medidas da largura, do comprimento e da altura, expressas em uma unidade de comprimento u, para um paralelepípedo retângulo qualquer. A importante que os procedimentos abaixo sejam colocados ao lado da tarefa acima mencionada.

A cozinha planificada se transforma num paralelepípedo retângulo qualquer.



Podemos escrever, então:

duas paredes medindo a unidades de comprimento por c unidades de altura:

$2.\ a.\ c$

duas paredes medindo b unidades de largura por c unidades de altura:

$2.\ b\ .\ c$

Assim, a área da superfície lateral do paralelepípedo retângulo será:

$2.\ a.\ c + 2.\ a.\ c = 2ac + 2bc = 2c\ (a + b)$.

Logo, $A_l = 2c\ (a + b)\ u^2$, onde u^2 denota uma unidade de área.

A imagem da cozinha, os números, as letras latinas, os modelos geométricos dos sólidos e a fórmula algébrica são signos presentes nos momentos descritos e não prevalecem no transcorrer da atividade somente como símbolos.

A partir destes momentos descritos podemos constatar que a matemática presente em aula, é constituída por ícones, índices e símbolos e cada um desses signos traz à tona uma mistura dos tipos citados. No entanto, a compreensão de que um signo pode prevalecer como ícone, índice ou símbolo, em determinados momentos, pode facilitar o ensino desta disciplina.

Nos momentos relatados, a imagem da cozinha seria um primeiro signo e a partir dele se dá a construção dos diagramas (figuras 1 e 2).

Os diagramas e as imagens, signos denominados hipoícones, representam seus objetos por semelhança. Um diagrama "é um hipoícone visto que representa as relações entre as partes de seu objeto, utilizando-se de relações análogas em suas próprias partes" (Santaella, 1983:65).

Os hipoícones exibem relações, entre fenômenos gráficos, homólogas ao modelo de relações perceptíveis que construímos ao conhecer ou recordar o objeto. Assim, eles têm características comuns não com o objeto, mas com o modelo perceptivo deste.

O paralelepípedo retângulo (figura 1) e a parte lateral da cozinha planificada (figura 2), são signos denominados hipoícones. Para a construção de tais signos, o contexto é importante por permitir "checagens" constantes com o real.

Observemos que as letras a, b e c, como estão apresentadas, podem ser denominados índices. A atividade desenvolvida da forma citada abaixo das figuras 2 e 3, ou seja, exibindo a linguagem coloquial em paralelo com a linguagem simbólica, utilizando os signos a, b e c, é pertinente, uma vez que envolve signos indiciais e, segundo Peirce (1997:76), "psicologicamente, a ação dos índices depende de uma associação por contigüidade, e não de uma associação de semelhança ou de operações intelectuais".

Percebemos uma certa resistência, por parte de alguns alunos, quando da obtenção da fórmula para a área lateral do paralelepípedo. Estes diziam que poderíamos interromper a atividade no momento que concluíssemos os cálculos. "Por que continuar, professora? Colocar letras complica tudo!".

Com os cálculos, nossa mente pára na simples constatação, uma vez que os números da forma como estão presentes nesta atividade prevalecem como signos indiciais.

Nos momentos de aula relatados, "o raciocínio do pedreiro" é o ponto de partida e pode ser revisitado nas diversas etapas da atividade. A atividade não foi concluída assim que realizamos os cálculos! De fato, tal procedimento faria o processo interpretativo estagnar num pensamento puramente contemplativo.

A atividade exibe fórmulas algébricas, signos que prevalecem como ícones como, por exemplo: $A_l = 2c\ (a + b)$. Nesse caso, o contexto torna as relações entre as quantidades envolvidas como as medidas do comprimento, da largura, da altura e da área visíveis, ou seja, ele faz com que os caracteres a, b e c se apresentem nas fórmulas como coisas.

É interessante mencionar que

> uma fórmula algébrica é um ícone, tornada tal pela regras de comutação, associação e distribuição dos símbolos. (...) Esta capacidade de revelar verdades insuspeitas é exatamente aquela na qual consiste a utilidade das fórmulas algébricas, de tal modo que o caráter icônico prevalece. (Peirce, 1977:65)

Os momentos nos quais o aluno se envolve com a elaboração da fórmula, um ícone, são de extrema vitalidade pois, de acordo com Santaella (1983:69), "o ícone tende a romper a continuidade do processo abstrato, porque mantém o interpretante em nível de primeiridade, isto é, na ebulição das conjecturas, na constelação das hipóteses (fonte de todas as descobertas)".

Quando aplicamos a fórmula algébrica $A_l = 2c\ (a + b)$ para situações distintas da tratada nos momentos desta atividade, nos envolvemos com variações de a, b ou c.

Precisamos atentar para o fato de que não esgotamos todas as possibilidades para a, b ou c mesmo considerando todos os objetos do universo aos quais tais fórmula se aplica.

Voltando a questão do contexto, podemos dizer que estamos considerando que o raciocínio do pedreiro orienta os alunos na elaboração dos diagramas (figura 1 e figura 2). Esses, por sua vez, os orientam na obtenção da fórmula para a área da superfície lateral do paralelepípedo retângulo. O contexto incorpora materialidade a esses signos o que, via de regra, não ocorre no ensino desta disciplina.

Assim, as atividades contextualizadas norteiam um novo caminhar para o ensino da Matemática, uma vez que o contexto permite a construção dos signos num meio que propicia o aumento da potencialidade dos signos.

A seguir, mencionamos características gerais de tais atividades.

Sobre atividades contextualizadas

De modo geral, podemos destacar as seguintes etapas para a elaboração de atividades contextualizadas:

1ª. escolha de um tema que envolva o tópico a ser trabalhado em aula;

2ª. Promoção de discussões sobre o tema escolhido (com a participação dos alunos) estabelecendo assim referenciais significativos comuns, ou seja, tentando envolver os alunos no contexto;

3ª. trabalhar as idéias matemáticas que emergem do contexto intuitivamente e na linguagem coloquial;

4ª. construir a linguagem simbólica adequada, ou seja, "construir" os signos, partindo das idéias já desenvolvidas, com a participação dos alunos;

5ª. continuar a desenvolver os tópicos em níveis abstratos, com signos de maior complexidade e se distanciando das atividades iniciais.

Após tornar o contexto comum aos alunos, de modo geral, podemos desenvolver as idéias intuitivas deles, que emergem nas discussões e relatá-las utilizando a linguagem coloquial. Mas, não podemos parar na simples constatação, ou seja, é imprescindível a reelaboração das idéias trabalhadas valendo-se de uma linguagem simbólica adequada. Devemos continuar a desenvolver os conceitos envolvidos em um determinado tópico, até atingir o grau de abstração adequado àquele nível de ensino.

O olhar penetrante

Ao descrever momentos da atividade contextualizada nas páginas iniciais, observamos que a partir da imagem da cozinha, construímos os diagramas, que são objetos ideais. Observando esses objetos, hipoícones, encontramos outras relações que não estavam visíveis e que foram explicitadas pela expressão algébrica, outro signo icônico.

Com isso, constatamos em atividades de aula, que a Matemática é uma ciência de observação, pois construímos um objeto ideal na imaginação e de acordo com princípios matemáticos passamos a observá-lo, tentando fazer emergir novas relações entre as partes deste e que não estavam presentes ou "visíveis" na sua construção. A medida que os signos se tornam mais complexos, ou seja, a medida que cresce o nível de "sugestão" de relações entre as partes do objeto, o pensamento vai se generalizando. Assim, esse caminhar permite que o aluno construa um pensamento generalizante, passo a passo, num meio que facilita atualizações. Esse meio a que nos referimos é o contexto.

Peirce percebeu a importância do signo icônico na matemática, o que o levou a concluir que ela é uma ciência da observação. A matemática pode dispensar suportes experimentais, no entanto, não é por isto que devemos considerá-la como independente da observação.

Nessas aulas, o aluno não se envolve com a semiótica peirceana diretamente. O professor, à luz dessas idéias, pode elaborar e desenvolver atividades que conduzam o aluno a viver momentos de descoberta. Por outro lado, a relação entre a matemática e o real também se evidencia nessas atividades. Vamos iniciar a análise dos momentos anteriormente descritos, a partir da observação de um aluno: "Professora! Mas, a minha cozinha tem duas portas e um vitrô!?", à qual não demos a devida importância, no transcorrer da atividade.

Os alunos tinham dificuldades para se desvencilhar da sua cozinha real, enquanto que nós, logo nos desvencilhamos dos detalhes que poderiam intervir nas construções seguintes. Desejávamos que os alunos exibissem a fórmula para o cálculo da área da superfície lateral do paralelepípedo retângulo e não nos preocupávamos com outros detalhes.

A cozinha do aluno devia ter muitos sons, cores e sabores. Embora os alunos já conhecessem um paralelepípedo retângulo, pois construíram réplicas em cartolina, por exemplo, eles deveriam se envolver com procedimentos que os levassem a descartar alguns detalhes da cozinha e, conseqüentemente, a concluir que poderiam representá-la por meio da figura 1.

Os signos, em questão, como já mencionamos, são os desenhos das páginas 9 e 10, denominados diagramas, uma vez que guardam certas semelhanças com a cozinha.

Mas a cozinha tem sons, cores e sabores! É tridimensional. As suas paredes são espessas e não são perfeitamente lisas. Os desenhos são riscos em uma folha de papel! Então, quais são as semelhanças?

Ao construir os signos, acreditamos ser conveniente expor aos alunos os caracteres que vamos priorizar na elaboração destes, ou seja, explicitar os princípios que norteiam o olhar matemático adequado a esse momento. Podemos mencionar que vamos assumir as paredes como perfeitamente lisas, os ângulos todos retos, a espessura da parede desprezível (ou seja, a medida da espessura é muito pequena, quando comparada com as outras medidas envolvidas) e, ainda, vamos desprezar as portas e janelas. Estamos, na verdade, ensinando o aluno a abstrair, ou seja, a extrair de uma determinada situação algumas características que nos interessam, a forma e as dimensões. Estamos auxiliando o aluno a construir o olhar matemático necessário para o momento.

Por outro lado, ressaltamos que a relação entre a Matemática e o real pára aqui. Mencionamos que, alunos e professor, obtemos as fórmulas, agindo como matemáticos, nos diagramas já elaborados (figura 1 e figura 2), ou seja, observando os diagramas tentamos obter relações entre as grandezas envolvidas e, assim, construímos um novo signo, a expressão algébrica para o cálculo da área da superfície lateral do paralelepípedo retângulo, por exemplo.

Em seguida, quando aplicamos o conhecimento matemático, a nossa ação sobre o real se dá por meio desses signos. Novamente, nos deparamos com dificuldades, pois como já observamos o produto obtido não está em coerência total com o real. As descobertas matemáticas ocorrem sobre signos que estão sempre em dívida com os objetos (reais) por eles representados.

Vislumbrando outros caminhos

A terceira categoria e a reelaboração da Matemática presente em aula.

De acordo com Peirce, algumas das idéias de grande importância para a ciência e a filosofia onde a terceiridade predomina são: generalidade, infinidade e continuidade.

Vamos falar sobre infinitude e continuidade, idéias que estão intimamente relacionadas com o conceito de número. O número serve para nos ancorar a uma precisão em nossos raciocínios, mas ele pode privilegiar o menos importante quando o utilizamos para caracterizar semelhanças ou diferenças.

Assim como a medição deve prevalecer sobre a contagem, o conceito de quantidade contínua deve prevalecer sobre o de número. Sobre tal conceito, Peirce afirma que "a idéia de quantidade contínua tem um grande papel a desempenhar independentemente do quanto estejamos preocupados com a precisão. Longe de tender ao exagero das diferenças, ela é o instrumento direto das mais refinadas generalizações."

Qual o tratamento que deveria ser dispensado aos tópicos que envolvem o conceito de número, em aula, para que este viesse a se efetivar como um instrumento direto das mais refinadas generalizações?

Atualmente, em aula, os números são trabalhados em um campo onde algumas operações são definidas e para as quais diversas propriedades ocorrem. Por exemplo, o conjunto dos números inteiros, onde se define a operação adição e um certa quantidade de propriedades se estabelecem entre esses números aos operá-los, por isso, é munido de uma estrutura de grupo. Isto permite que tais números sejam vistos com um rol de qualidades provenientes dessa estrutura algébrica. A liberdade de manuseá-los é derivada deste rótulo que foi a eles imprimido. Os números são vistos como entidades com características dadas pela estrutura ao qual está inserido.

Isto pode ser adequado e proveitoso para o desenvolvimento da Matemática em aula, tal como está organizada, tal como nos é atualmente apresentada, no entanto, pode acarretar prejuízos ao desenvolvimento do conceito de infinito e, futuramente, do conceito de continuidade, para o aluno.

De modo geral, tais conceitos não são tratados devidamente. Da mesma forma o modelo geométrico não é enfatizado. Não exploramos as características da reta como ente da Geometria e modelo adequado para desenvolver tais conceitos.

Podemos dizer que, via de regra, esses conceitos podem ser desenvolvidos concomitantemente com inúmeros tópicos, em qualquer nível de ensino.

Assim, propomos que os conteúdos sejam desenvolvidos de modo a propiciar ao aluno a construção dos conceitos de infinitude, continuidade e de generalidade.

Por que estes conceitos são importantes? Para justificar a importância deles podemos citar, em concordância com Santaella (1998: 52), que "para conhecer e se conhecer o homem se faz signo e só interpreta esses signos traduzindo-os em outros signos" e, assim ad infinitum. Logo, a semiose, ação do signo, tem em seu cerne a idéia infinito... um signo gerando outro signo, este gerando um outro signo... e assim sucessivamente.

REFERÊNCIAS

BAKHTIN, M. **Marxismo e filosofia da linguagem**. S. Paulo: Hucitec, 1982.

D'AMBRÓSIO, B. Formação de professores de Matemática para o século XXI: O grande desafio. **Pró-posições**, Campinas: v. 4, n.1, p. 35-40, 1993.

FIORENTINI, D. **Rumos da pesquisa brasileira em educação matemática: o caso da produção científica em cursos de pós-graduação**. São Paulo, 1994. Tese (doutorado) – FE/ UNICAMP, São Paulo. 1994.

PEIRCE, C. S. **Semiótica**. São Paulo: Perspectiva, 1977.

_____. **Os pensadores.** São Paulo: Abril Cultural, 1974. v. 36.

SANTAELLA, L. **O que é semiótica**. São Paulo: Brasiliense. 1983.

_____. **A assinatura das coisas. Peirce e a literatura**. Rio de Janeiro: Imago, 1992.

_____. **Teoria geral dos signos. Semiose e autogeração**. São Paulo: Ática 1995.